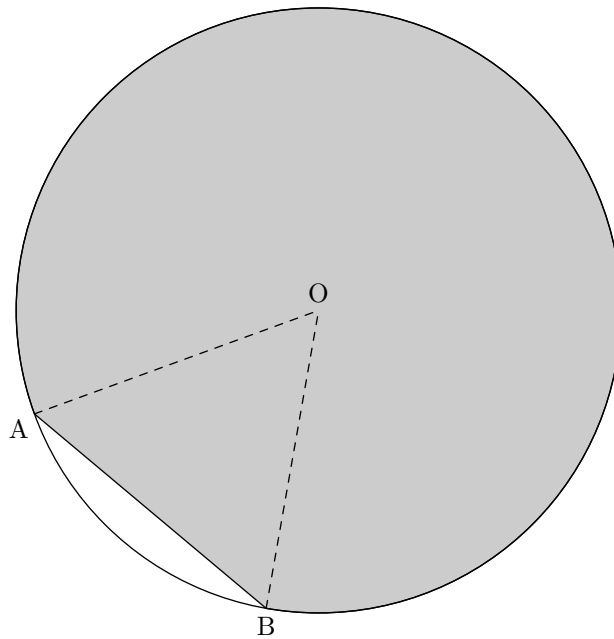


Exercice 1

Le triangle OAB est équilatéral. O est le centre de la portion de cercle grisé.
En supposant que $[AB]$ mesure 4 cm , calculer le périmètre et l'aire de la partie grisée.
Toute trace de recherche sera acceptée, y compris des valeurs approchées.



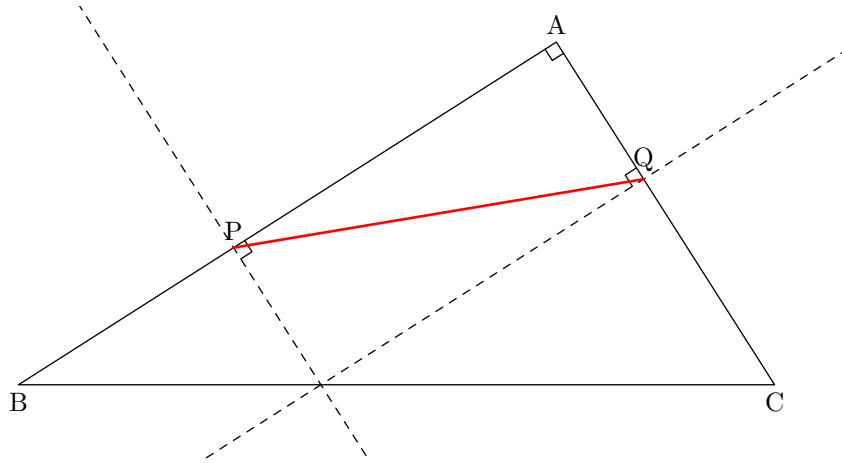
Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A .

M est un point de l'hypoténuse $[BC]$.

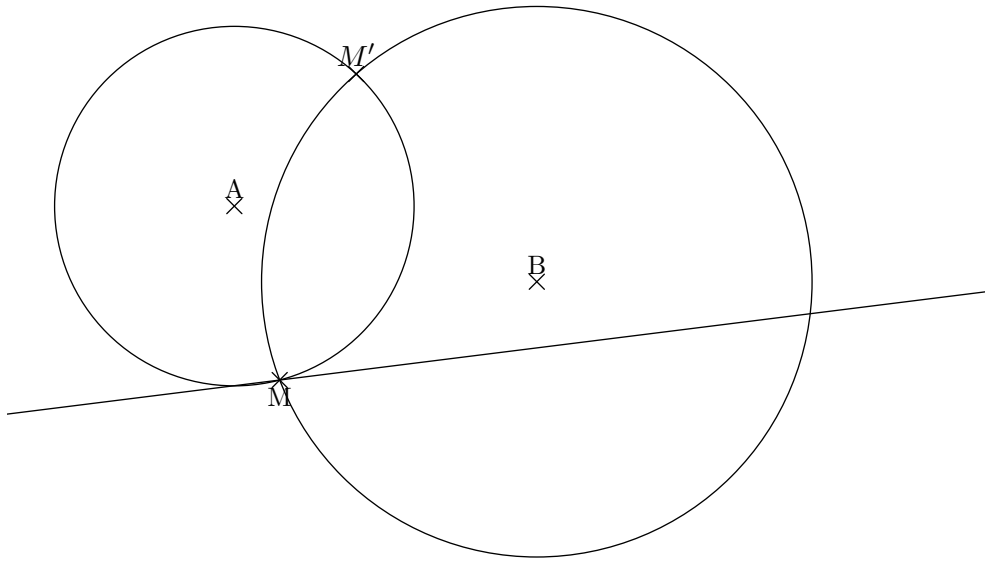
On trace par M les perpendiculaires aux côtés $[AB]$ et $[AC]$ qui coupent ces côtés respectivement aux points P et Q .

Où placer le point M pour que la distance PQ soit minimale ?



Exercice 3

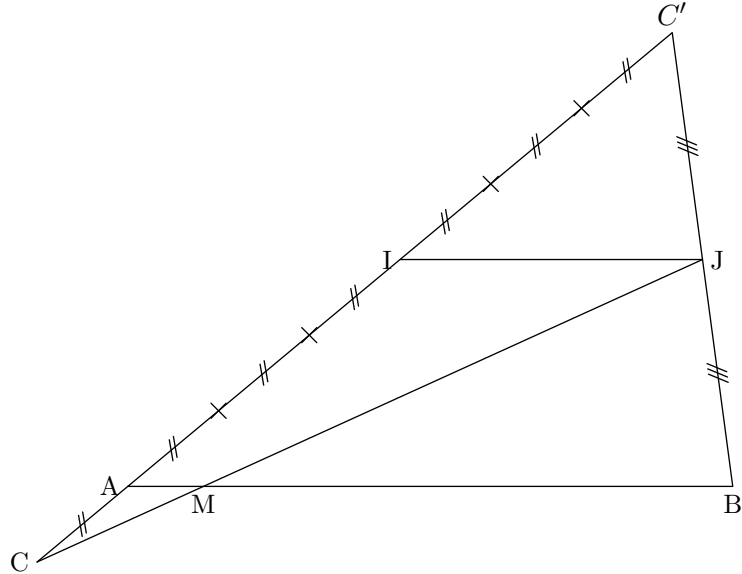
Soit une droite (d) et deux points A et B en dehors de cette droite. À tout point M de (d) , on associe le deuxième point M' d'intersection des cercles de centres respectifs A et B et passant par M . Quel est le lieu de M' quand M décrit (d) ?



Exercice 4

On considère un segment $[AB]$ et C un point quelconque n'appartenant pas à la droite (AB) .
 C' est le point de $[CA]$ tel que $C'A = 6CA$. I est le milieu de $[AC']$ et J est le milieu de $[BC']$. (CJ) coupe (AB) en M .

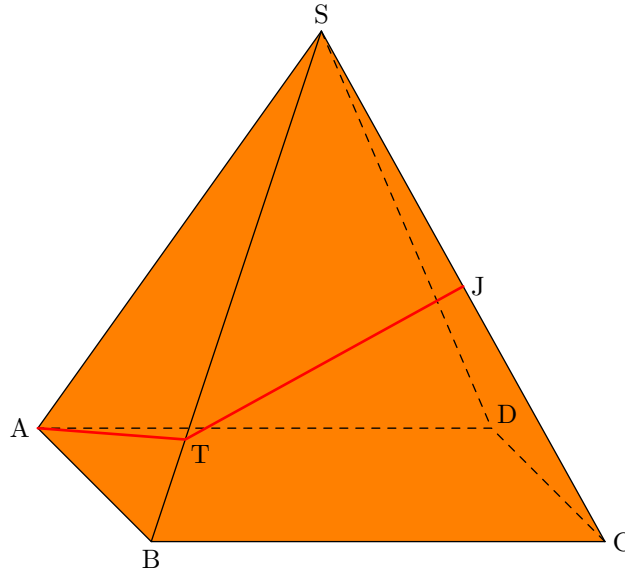
Le point M change-t-il de position si l'on déplace C ?



Exercice 5

$SABCD$ est une pyramide à base carrée de 6 cm de côté et dont les faces latérales sont des triangles équilatéraux. Bibi la souris doit se rendre par le chemin le plus court du point A au point J , milieu de $[SC]$, en se déplaçant à la surface de la pyramide.

Trouver la position de T sur l'arête $[SB]$ qui donne le plus court chemin, ainsi que la longueur de ce trajet.



Exercice 6

Si je calcule 13^1 , le chiffre des unités est 3.

Si je calcule 13^2 , le chiffre des unités est 9.

Quel est le chiffre des unités de 13^3 , 13^4 , 13^5 ?

Quel est le chiffre des unités de 13^{2012} ?

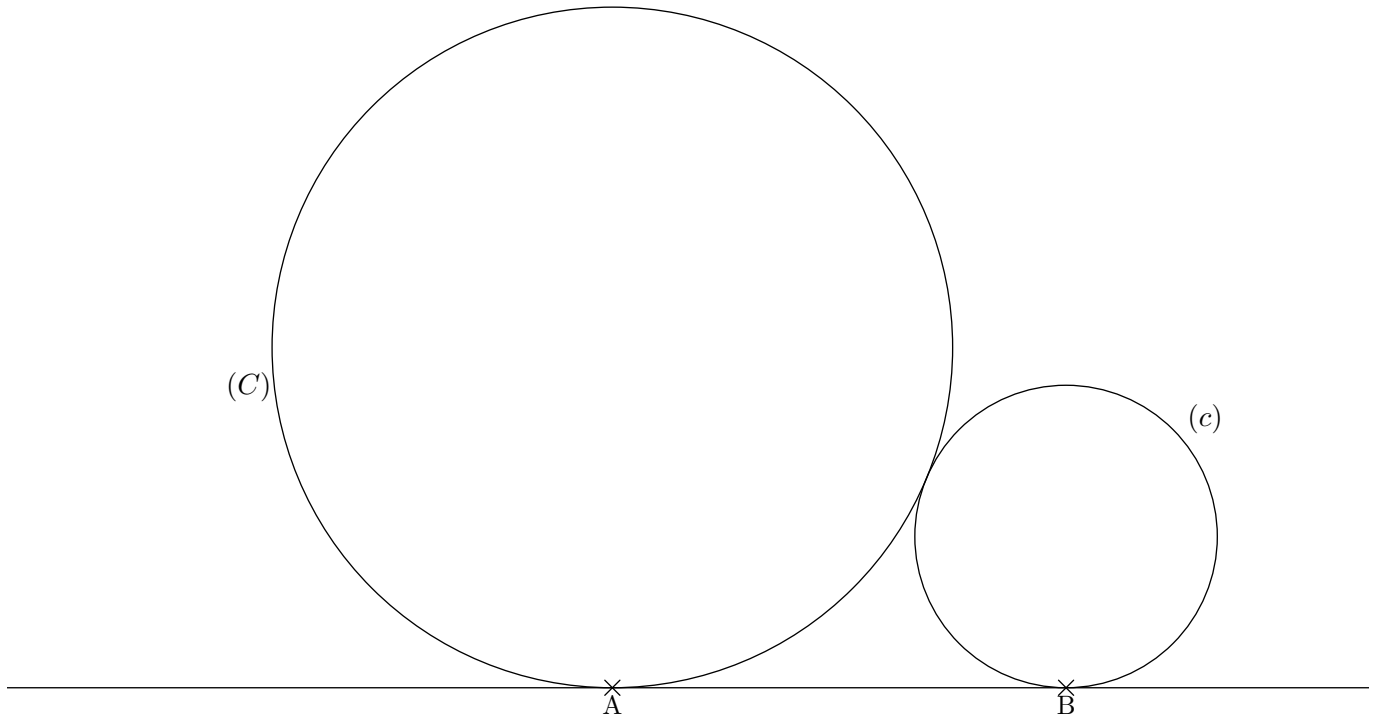
Exercice 7

Construire deux carrés de telle sorte que l'aire du deuxième soit le double de l'aire de l'autre.

Exercice 8

Soient (d) une droite et (C) et (c) deux cercles de rayons respectifs R et r tangents entre eux et avec (d) . On appelle respectivement A et B le point de contact de (d) avec (C) et avec (c) .

Démontrer que $AB^2 = 4Rr$.



Exercice 9

Un jardinier plante 10 arbres.

Il a réussi à les disposer en formant 5 lignes de 4 arbres.

Retrouver une disposition possible.

Exercice 10

Douze nombres entiers sont écrits en ligne . Le quatrième est 4 et le douzième est 12.
Dans cette liste, toute somme de trois nombres placés côte à côte est égale à 2 000.

Quel est le huitième nombre de cette liste ?

Exercice 11

Le conseil municipal d'une ville fait construire une salle de spectacle de 1 050 places.

Les 1 050 fauteuils ont été disposés en rangées de 42 places et numérotées de 1 à 1 050 (le numéro 43 étant derrière le numéro 1 et ainsi de suite).

Or, le jour du premier spectacle, le directeur de la salle s'aperçoit que cette numérotation n'est pas pratique.

En effet, si une personne arrive avec le billet 578, il est difficile pour l'ouvreuse de trouver la rangée.

Le directeur décide donc de changer la numérotation :

Tous les billets comporteront une lettre. *A* pour le premier rang, *B* pour le second, etc. Tous les billets comporteront un nombre de 1 à 42.

- a) Expliquer pourquoi le fauteuil numéro 89 devient le fauteuil *C5*.
- b) Trouver le code du fauteuil numéro 500.
- c) Trouver le code du numéro 168.
- d) Expliquer pourquoi la famille qui a acheté les places 839, 840, 841, 842 n'est pas groupée.

Exercice 12

Dans la famille des rectangles ayant un périmètre de 56 cm , quel est celui qui a la plus grande aire ?

Exercice 13

On dispose de 5 parfums de glace : citron, vanille, chocolat, fraise, pomme.
Trouve tous les cornets de glace à trois boules possibles.

Exercice 14

Un fermier part compter ses poules et ses moutons. Quand il revient, il dit à sa famille : "j'ai compté 40 têtes et 134 pattes".

Combien a-t-il de poules et de moutons ?

Exercice 15

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 10 cm .

Combien existe-t-il de points sur les arêtes du cube à 15 cm de A ?

Exercice 16

Peut-on écrire 1 sous la forme de la somme des inverses de n entiers naturels distincts deux à deux ?

Exercice 17

Dans ma ferme, il y a des poules et des lapins. J'ai compté ce matin 38 pattes et 15 têtes. Combien y a-t-il de poules et de lapins dans ma ferme ?

Exercice 18

Un château de cartes est un empilage organisé de la façon suivante :

1 étage 2 étages 3 étages

Combien faut-il de cartes pour construire 100 étages De manière générale pour construire n étages ?

Exercice 19

Sur une table, il y a un livre ouvert.

- 1) Si j'ajoute le nombre indiquant le numéro de la page gauche avec celui qui indique le numéro de la page de droite, je trouve 129. À quelles pages le livre est-il ouvert ?
- 2) Si je trouve 273, à quelles pages le livre est-il ouvert ?
- 3) Peut-on trouver 300 ? Justifie ta réponse.

Exercice 20

Combien de diagonales a un polygone à 100 côtés ?

On rappelle qu'une diagonale est un segment qui joint deux côtés non consécutifs d'un polygone

Exercice 21

Quel est le plus grand produit que l'on peut faire avec des nombres dont les chiffres sont pris une seule fois dans la liste suivante :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, et 9?

Exercice 22

Un entier naturel possède plusieurs décompositions additives.

Par exemple, voici quelques décompositions additives possibles pour 5 :

$$5 = 1 + 2 + 2$$

$$5 = 1 + 1 + 1 + 2$$

$$5 = 1 + 4$$

$$5 = 2 + 3$$

Parmi toutes les décompositions additives d'un nombre n , quelle est celle dont le produit des termes est le plus grand ?

Exercice 23

Un escargot et une laitue se situent à 1 m de part et d'autre d'un mur incontournable (20 cm d'épaisseur et 1 m de hauteur).

(Il y a 5 m entre les deux pieds des perpendiculaires)

L'escargot voudrait rejoindre la laitue.

Quel est le chemin le plus court pour atteindre son déjeuner ?

Quelle sera la longueur du trajet ?

Exercice 24

Quatre verres pleins et quatre verres vides sont alignés dans cet ordre.

En déplaçant toujours deux verres adjacents, et en quatre mouvements réorganiser de façon à alterner régulièrement verres pleins et verres vides.

Exercice 25

On donne trois points distincts et non alignés T , I , et M .

Où doit-on placer le point O pour que les triangles TOI et MOI aient le même périmètre ?

Exercice 26

Trois lapins mangent des légumes de mon potager.

Le lapin blanc mange chaque soir une carotte.

Le lapin brun mange chaque soir un navet ou, s'il n'y en a plus, trois carottes.

Le lapin noir mange chaque soir un chou ou, s'il n'y en a plus, trois navets ou, s'il n'y en a plus non plus, cinq carottes.

Ce matin, j'ai récolté une partie des légumes de mon potager.

J'ai laissé pour les lapins 45 carottes, 21 navets, 5 choux.

Pendant combien de temps vont-ils pouvoir se nourrir tous les trois ?

Exercice 27

$ABCDEFGH$ est un cube de centre O . Pour quelle position du point M sur la diagonale $[BH]$, l'angle \widehat{AMC} est-il maximum ?

Exercice 28

- 1) Tracer la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = x^3$ dans un repère du plan d'origine O et étudier la position de cette courbe par rapport à sa tangente en O .
- 2) On considère une fonction f impaire et dérivable sur \mathbb{R} . Sa courbe représentative traverse-t-elle sa tangente au point d'abscisse zéro ?

Exercice 29

Mr Seguin veut protéger sa petite chèvre Blanchette du loup qui voudrait bien la manger.

Pour cela, il décide de clôturer une partie de son champ.

Il achète 26 m de clôture à Céfinchoc pour délimiter une parcelle rectangulaire en souhaitant que sa chèvre ait un maximum d'herbe à brouter.

Quelles dimensions doit-il donner à la parcelle rectangulaire pour que sa surface soit maximale ?

Exercice 30

Le roi de Tusécontais veut récompenser M.Laur, l'un de ses sujets méritants.

Il lui offre un coffre vide en lui disant ceci :

"En utilisant une seule fois chaque chiffre 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5, fabrique deux nombres que tu multiplieras ensemble. Le produit de ces deux nombres sera le nombre de pièces d'or que je te donnerai."

M. Laur est bien embarrassé car il voudrait ramasser un maximum de pièces. Aide-le dans ses calculs !

Exercice 31

Un arbre mathématique est composé d'un tronc, de branches, de noeuds et de feuilles.

Pour tracer une nouvelle branche et un nouveau noeud, on fait partir un trait d'un noeud déjà existant vers un endroit libre : Chaque noeud peut porter une nouvelle feuille, une nouvelle branche ou plusieurs nouvelles branches, chaque nouvelle branche se termine par un nouveau noeud.

Combien peut-on dessiner d'arbres différents ayant 100 noeuds ?

Exercice 32

Mr Piémarin organise deux courses de voile dont les parcours sont de mêmes longueurs. Les deux courses partent de la balise D et arrivent à la balise A. Le premier itinéraire passe par le point B et le second par le point C. Mr Piémarin doit proposer plusieurs lieux d'arrivée au comité organisateur de façon à ce que les deux parcours aient la même longueur. Aide-le dans sa recherche.

Exercice 33

Maman Grand Gourou et son bébé Petit Gourou sautent autour d'un stade de 360 mètres de périmètre.

Chaque seconde, Petit Gourou fait un bond de 2 m et sa mère un bond de 6 m .

Ils partent du même point et dans la même direction. Au bout de deux tours et demi, Petit Gourou a un point de côté.

- "J'en peux plus !" crie t-il à sa mère
- "Allez, encore 25 secondes et tu peux t'arrêter !"
- "J'ai que 3 mois, c'est dur !"
- "Allez, courage !"

Petit Gourou saute encore 25 secondes et s'arrête alors que sa mère continue.

Dans combien de temps repassera-t-elle à la hauteur de petit Gourou ?

Exercice 34

Quel est le chiffre des unités de 13^{2008} ?

Exercice 35

Étant donné plusieurs points sur une feuille, combien peut-on tracer de segments joignant deux quelconques de ces points ?

Exercice 36

"Ensorceler" un nombre, c'est calculer le quotient de la différence du triple de ce nombre avec 5 par la somme de ce nombre et de 1.

Pour gagner le tournoi des rois sorciers, Harry Potter doit résoudre l'énigme suivante :

Qu'advient-il d'un nombre "ensorcelé" 2000 fois ?

Exercice 37

Les boîtes de conserve cylindriques ont été inventées à une époque où le métal coûtait cher.

Les ingénieurs ont donc cherché, pour un volume donné, à créer des boîtes dont les dimensions permettaient d'utiliser la plus petite quantité de métal possible.

Une usine décide de fabriquer des boîtes de 1 litre.

Quelles doivent être les dimensions du cylindre pour que la quantité de métal utilisée soit la plus petite possible ?

Exercice 38

Un Bateau avec un équipage de 35 hommes a des vivres pour 16 jours.
L'équipage recueille 12 naufragés.

- 1) Si l'on ne réduit pas les rations, pendant combien de jours dureront les vivres ?
- 2) Dans quelle proportion faudra t-il réduire les rations pour que l'on puisse les distribuer pendant 14 jours ?

Exercice 39

Avec une ficelle de 26cm de longueur, on veut construire un rectangle dont l'aire soit la plus grande possible.

Exercice 40

Un bocal rempli d'eau contient $194,5$ l d'eau.

On vide son contenu dans 2 plus petits bocaux (X et Y).

Le bocal X a une capacité de 40 l et il accumule 2 l/min.

Le bocal Y a une capacité de 150 l et accumule 3 l/min.

On a pris une photo au cours de l'opération.

11 l ont été accumulés dans le bocal X et $16,5$ l dans le bocal Y.

À partir de ce moment, combien de temps faudra-t-il pour vider le bocal Y dans les deux autres.

Exercice 41

Tracer trois points B , C et G distincts et non alignés.

Placer le point A tel que G soit le centre de gravité du triangle ABC .

Exercice 42

Il y a des cochons et des oies derrière la maison. On compte 72 têtes et 200 pieds. Combien y a-t-il de cochons ?
Combien y a-t-il d'oies ?

Exercice 43

Otto fils de Mme et M. Coland, collectionne les autocollants. Il propose à ses amis de deviner combien il en a, Et donne les informations suivantes :

- J'en ai moins de 100.
- Si je les mets par paquets de 6 il m'en reste 3.
- Si je les mets par paquets de 5 il m'en reste aussi 3.
- Si je les mets par paquets de 4 il m'en reste toujours 3.

Combien Otto possède t-il d'autocollants ?

Exercice 44

Un oeuf d'autruche permet de faire une omelette correspondant à 24 oeufs de poule.
Avec 6 oeufs de poule, on fait une omelette pour 5 personnes.

Combien faut-il d'oeufs d'autruche pour que 60 personnes mange de l'omelette ? (On utilise que des oeufs d'autruche).

Exercice 45

Sur 100 personnes, 85 ont une télévision, 75 un téléphone, 70 ont un ordinateur et 80 ont un lecteur DVD.

Sur ces 100 personnes, quel est le nombre minimal de celles qui ont à la fois, une télévision, un téléphone, un ordinateur et un lecteur DVD ?

Exercice 46

Il faut griser 18 cases autour d'une grille de 5 par 5.

Combien de carrés faudrait-il griser sur une grille de 6 par 6 ?

Combien de carrés faudrait-il griser sur une grille de 7 par 7 ?

Combien de carrés faudrait-il griser sur une grille de 100 par 100 ?

Combien de carrés faudrait-il griser sur une grille de n par n ?

Exercice 47

Construire un triangle isocèle dont deux des médianes mesurent 6 cm et $4,5\text{ cm}$.

Exercice 48

Pour s'entraîner sur la distance du marathon, Yannick court à la vitesse de 15km/h .
Sa soeur Aline, part deux heures plus tard en booster à la vitesse de 40km/h .

Rattrapera t-elle son frère ?

Exercice 49

Dans ma classe, il y a 56 % de filles. Mais si on remplaçait 3 filles par 3 garçons, ce serait les garçons qui représenteraient 56 % des élèves.

Combien y a-t-il d'élèves dans ma classe ?

Exercice 50