

# 1<sup>ère</sup> ES3 - Devoir surveillé de mathématiques

samedi 24 mars 2007 durée : 1 heure

## Exercice 1

Madame Maréchal tient une librairie pour la jeunesse. Une grande partie de sa clientèle lit des romans ou des bandes dessinées (BD). Pour approvisionner son rayon cette librairie a besoin d'au moins 5 romans et 20 BD, mais ne peut dépasser les 180 ouvrages au total.

La place nécessaire, en moyenne, est de 3 cm pour un roman et de 2 cm pour une BD.

Madame Maréchal ne dispose que de 4,80 m de longueur d'étagères pour ces ouvrages.

On note  $x$  le nombre de romans et  $y$  le nombre de BD en rayonage.

1. Montrer que les contraintes de l'énoncé peuvent se traduire par le système d'inéquations suivantes :

$$\begin{cases} x & \geq 50 \\ y & \geq 20 \\ x + y & \leq 180 \\ 3x + 2y & \leq 480 \end{cases}$$

où  $x$  et  $y$  sont des entiers naturels.

2. À tout couple  $(x; y)$ , on associe le point M de coordonnées  $(x; y)$  dans le repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . Unités graphiques : 1 cm pour 10 unités.

Déterminer graphiquement l'ensemble des points  $M(x; y)$  dont les coordonnées vérifient les contraintes (on hachurera la zone ne convenant pas).

Cet ensemble est l'intérieur d'un quadrilatère. On déterminera précisément par le calcul les coordonnées des sommets de ce quadrilatère.

3. Madame Maréchal réalise un bénéfice de 0,50 € par roman et de 0,40 € par BD. Elle désire connaître le nombre de romans et de BD pour obtenir un bénéfice maximal dans l'hypothèse où elle vend la totalité de ses ouvrages.

a) Exprimer son bénéfice B en fonction de  $x$  et de  $y$ .

b) Tracer les droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  correspondant respectivement à un bénéfice  $B_1$ , de 100 € et à un bénéfice  $B_2$  de 80 €. Justifier que ces droites sont parallèles.

c) À l'aide du graphique, déterminer alors le nombre de romans et le nombre de BD que Madame Maréchal doit avoir en rayon pour obtenir un bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice.

## Exercice 2

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes, en détaillant toutes les étapes de la résolution :

a)  $-2x^2 + 3x - 5 > 0$       b)  $(2x + 3)^2 \leq 4$       c)  $\frac{-x^2 + 5x + 14}{x - 1} < 0$