Exercice 3 (5 points) **Candidats n'ayant pas suivi la spécialité**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}\,;\vec{u},\vec{v})$.

Pour tout entier naturel n, on note A_n le point d'affixe z_n défini par :

$z_0=1$ et $z_{n+1}=\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{i}\right)z_n$.

On définit la suite (r_n) par $r_n=|z_n|$ pour tout entier naturel n.

1. Donner la forme exponentielle du nombre complexe $\dfrac{3}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{i}$.

2. **a.** Montrer que la suite (r_n) est géométrique de raison $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

b. En déduire l'expression de r_n en fonction de n.

c. Que dire de la longueur OA_n lorsque n tend vers $+\infty$?

3. On considère l'algorithme suivant :

Variables	n entier naturel R réel P réel strictement positif
Entrée	Demander la valeur de P
Traitement	R prend la valeur 1 n prend la valeur 0 Tant que $R>P$ n prend la valeur $n+1$ R prend la valeur $\dfrac{\sqrt{3}}{2}R$ Fin tant que
Sortie	Afficher n

a. Quelle est la valeur affichée par l'algorithme pour $P=0{,}5$?

b. Pour $P=0{,}01$ on obtient $n=33$. Quel est le rôle de cet algorithme ?

4. **a.** Démontrer que le triangle $\mathrm{OA}_n\mathrm{A}_{n+1}$ est rectangle en A_{n+1}

b. On admet que $z_n=r_n\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{n\pi}{6}}$.
Déterminer les valeurs de n pour lesquelles A_n est un point de l'axe des ordonnées.

c. Compléter la figure donnée en annexe, **à rendre avec la copie**, en représentant les points $\mathrm{A}_6,\mathrm{A}_7,\mathrm{A}_8$ et A_9.

Les traits de construction seront apparents.

ANNEXE EXERCICE 3

À compléter et à rendre avec la copie